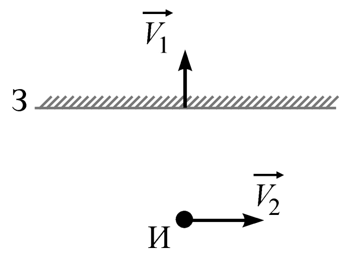
ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ФИЗИКЕ 2014–2015 г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС

Общие критерии оценок:

Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 10 (по каждой задаче указан список возможных значений оценок). Если школьник довел решение задачи ***любым способом*** до правильного ответа, он получает 10 баллов. Не допускается снижение оценок за плохой почерк, решение способом, отличным от авторского, и т.д. При частично правильном решении задачи применяются критерии, указанные для данной задачи. Все спорные вопросы рекомендуется решать в пользу школьника.

Задача 1.

По комнате движутся во взаимно перпендикулярных направлениях школьница Ирина и шкаф на колёсиках, причём шкаф удаляется от Ирины. На шкафу расположено плоское зеркало, в котором Ирина видит своё изображение. Скорости шкафа и Ирины относительно комнаты равны, соответственно, V_1 = 1,5 м/с и V_2 = 2 м/с.



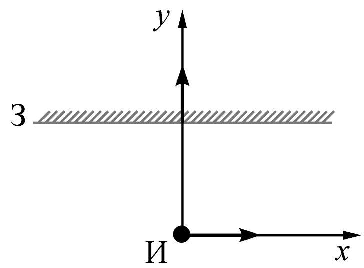
Найдите модуль скорости изображения Ирины

а) относительно зеркала;

б) относительно комнаты;

в) относительно Ирины.

Решение. Введём координатные оси x и y таким образом, чтобы Ирина двигалась вдоль оси x, а скорость зеркала, расположенного параллельно оси x, была направлена вдоль оси y. Начало координат совместим с положением Ирины в начальный момент времени. Тогда координаты Ирины в момент времени t будут ($x = V_2t; y = 0$), координата плоскости зеркала будет в этот момент равна $y = L + V_1t$ (L – начальная y-координата зеркала), координаты изображения составят $x = V_2t$ и $y = 2(L + V_1t)$.



Проекции скорости Ирины на оси x и y в выбранной системе отсчёта составляют (V_2; 0), проекции скорости зеркала – (0; V_1), проекции скорости изображения – ($u_x = V_2$; $u_y = 2V_1$). Следовательно, проекции скорости изображения относительно зеркала составляют ($u_x; u_y - V_1$), или (V_2; V_1), а изображения относительно Ирины – ($u_x - V_2$; u_y), или (0; $2V_1$).

По теореме Пифагора модуль скорости изображения относительно зеркала составляет $(V_1^2+V_2^2)^{1/2}$ = 2,5 м/с, относительно комнаты $((2V_1)^2+V_2^2)^{1/2} = 13^{1/2} \approx$ 3,6 м/с, относительно Ирины $2V_1$ = 3 м/с.

Ответ: модуль скорости изображения относительно зеркала составляет $(V_1^2+V_2^2)^{1/2}$ = 2,5 м/с, относительно комнаты $((2V_1)^2+V_2^2)^{1/2} = 13^{1/2} \approx$ 3,6 м/с, относительно Ирины $2V_1$ = 3 м/с.

Критерии оценивания:

Если школьник довел решение задачи до правильных ответов на все три вопроса, он получает 10 баллов. Если решение задачи доведено до правильных ответов на два вопроса, участник получает 7 баллов. Если получен правильный ответ только на один вопрос, участник получает 4 балла. Правильным считается ответ как в числовом виде, так и в виде формулы, выраженной через скорости V_1 и V_2. Если участник не получил ни одного правильного ответа, ему можно поставить до 2 утешительных баллов:

построено изображение Ирины в зеркале - 1 балл;

хотя бы раз правильно использована формула, связывающая скорость, время и расстояние (координату) - 1 балл.

Возможные баллы: 0, 1, 2, 4, 7, 10

Задача 2.

При движении в гору автомобиль может развивать максимальную скорость V_1, а при движении с этой же горы – скорость V_2. В обоих случаях двигатель работает на свою максимальную мощность; использование коробки передач позволяет двигателю автомобиля развивать эту максимальную мощность при разных скоростях движения. Какую максимальную скорость V_0 этот автомобиль может развить при движении по горизонтальной дороге? Считайте, что ветра нет, а действующая на автомобиль сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату его скорости. Решите задачу в общем случае, а также в частном случае $V_1 = 100$ км/ч, $V_2 = 2V_1 = 200$ км/ч. Сравните для данного примера скорость V_0 со значением $1{,}5V_1 = 150$ км/ч.

Решение. По условию на автомобиль, движущийся со скоростью V, действует сила сопротивления воздуха bV^2, где b – некоторый постоянный коэффициент пропорциональности. Пусть P – мощность двигателя автомобиля, m – его масса, α – угол наклона горы к горизонту.

При движении по горизонтальной дороге со скоростью V_0 расходуемая за промежуток времени τ энергия $P\tau$ равна величине работы силы сопротивления воздуха $bV_0^2 \cdot V_0\tau$, отсюда $P = bV_0^3$.

При движении в гору со скоростью V_1 расходуемая за промежуток времени τ энергия $P\tau$ идёт на преодоление работы силы сопротивления воздуха $bV_1^2 \cdot V_1\tau$ и изменение потенциальной энергии автомобиля: $mgV_1\tau \cdot \sin\alpha$, отсюда $P = bV_1^3 + mgV_1 \cdot \sin\alpha$.

При движении с горы со скоростью V_2 расходуемая за промежуток времени τ энергия $P\tau$ идёт на преодоление работы силы сопротивления воздуха $bV_2^2 \cdot V_2\tau$ и изменение потенциальной энергии автомобиля $-mgV_2\tau \cdot \sin\alpha$, отсюда $P = bV_2^3 - mgV_2 \cdot \sin\alpha$.

Из двух соотношений для движения автомобиля в гору и с горы получаем:

$P/V_1 + P/V_2 = b(V_1^2 + V_2^2)$, и $P = b(V_1^2 + V_2^2)V_1V_2/(V_1+V_2)$. Используя соотношение для движения автомобиля по горизонтальной дороге, находим: $V_0^3 = (V_1^2 + V_2^2)V_1V_2/(V_1 + V_2)$. В частном случае при $V_1 = 100$ км/ч и $V_2 = 2V_1 = 200$ км/ч получаем: $V_0 = (10^7/3)^{1/3} \approx 149{,}4$ км/ч.

Ответ: $V_0 = ((V_1^2 + V_2^2)V_1V_2/(V_1 + V_2))^{1/3}$. В частном случае скорость $V_0 = (10^7/3)^{1/3} \approx 149{,}4$ км/ч – это чуть меньше 150 км/ч.

Критерии оценивания:

Если школьник довел решение задачи до правильного ответа в общем виде (через скорости V1 и V2) и отметил, что числовой ответ меньше, чем 150 км/ч, он получает 10 баллов. Если решение доведено до правильного ответа только в общем виде (через скорости V1 и V2), участник получает 9 баллов. В противном случае школьник может получить до 3 утешительных баллов:

записано соотношение для мощности, коэффициента пропорциональности и скорости при движении по горизонтальной поверхности - 1 балл;

правильно записано соотношение для мощности, угла α, массы, коэффициента пропорциональности и скорости при движении по наклонной поверхности (вверх или вниз) - 2 балла.

Возможные баллы: 0, 1, 2, 3, 9, 10

Общие критерии оценок:

Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 10 (по каждой задаче указан список возможных значений оценок). Если школьник довел решение задачи ***любым способом*** до правильного ответа, он получает 10 баллов. Не допускается снижение оценок за плохой почерк, решение способом, отличным от авторского, и т.д. При частично правильном решении задачи применяются критерии, указанные для данной задачи. Все спорные вопросы рекомендуется решать в пользу школьника.

Задача 3.

В воде плавает пустая плоская прямоугольная коробка (без крышки) с площадью поперечного сечения 100 см^2. После того, как в середину коробки положили брусок объёмом 75 см^3, она погрузилась ещё на 3 см. Определите плотность бруска. Какую плотность должен иметь брусок объёмом 150 см^3, чтобы коробка с одним таким бруском утонула? Масса коробки 100 г, а её высота 13 см. Плотность воды 1000 кг/м^3.

Решение. Рассмотрим коробку с грузом (общая масса коробки и груза M), плавающую в воде плотностью ρ_0 = 1000 кг/м^3 = 1 г/см^3. Пусть нижнее основание коробки находится на глубине x, а площадь поперечного сечения коробки S = 100 см^2. На коробку действуют сила тяжести Mg и сила Архимеда $\rho_0 gSx$, которые должны уравновешиваться: $Mg = \rho_0 gSx$, отсюда $M = \rho_0 Sx$.

Чтобы увеличить глубину погружения коробки x на x_1 = 3 см, в коробку следует положить груз массой $\rho_0 Sx_1$ = 1 г/см^3 · 100 см^2 · 3 см = 300 г. Плотность такого бруска объёмом 75 см^3 составляет 300 г : 75 см^3 = 4 г/см^3.

Коробка утонет (погрузится в воду на x = 13 см), если её масса вместе с грузом составит не менее $M = \rho_0 Sx$ = 1 г/см^3 · 100 см^2 · 13 см = 1300 г. Следовательно, в коробку надо положить брусок массой 1300 г – 100 г = 1200 г. Плотность такого бруска объёмом 150 см^3 составит 1200 г : 150 см^3 = 8 г/см^3. С бруском большей плотности коробка также утонет.

Ответ: при погружении коробки на 3 см плотность бруска объёмом 75 см^3 составляет 4 г/см^3; чтобы коробка утонула, плотность бруска объёмом 150 см^3 должна составить не менее 8 г/см^3.

Критерии оценивания:

Если школьник довел решение задачи до правильных ответов на оба вопроса, он получает 10 баллов. Если решение задачи доведено до правильного ответа только на один вопрос, школьник получает 5 баллов. В противном случае можно поставить школьнику до 3 утешительных баллов:

хотя бы один раз правильно использована формула, связывающая массу, плотность и объем - 1 балл;

хотя бы раз правильно записано выражение для силы Архимеда - 1 балл;

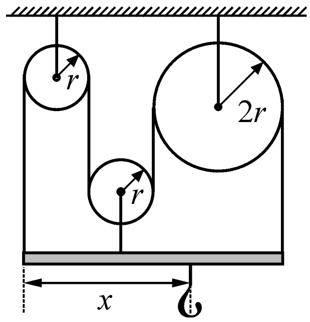
отмечено, что силы тяжести и Архимеда, действующие на коробку, должны компенсироваться - 1 балл.

Возможные баллы: 0, 1, 2, 3, 5, 10

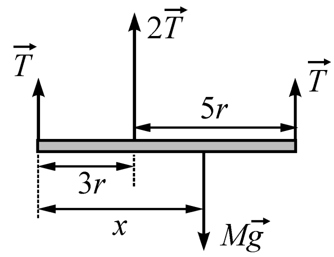
Общие критерии оценок:

Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 10 (по каждой задаче указан список возможных значений оценок). Если школьник довел решение задачи ***любым способом*** до правильного ответа, он получает 10 баллов. Не допускается снижение оценок за плохой почерк, решение способом, отличным от авторского, и т.д. При частично правильном решении задачи применяются критерии, указанные для данной задачи. Все спорные вопросы рекомендуется решать в пользу школьника.

Задача 4.



В системе, изображённой на рисунке, блоки, нить и стержень невесомы. Правый блок в два раза больше по размеру, чем другие два. Участки нитей, не лежащие на блоках, вертикальны. На крючок повесили груз некоторой массы, при этом система осталась неподвижна. Определите, чему равно отношение x/r.



Решение. Пусть T – сила натяжения длинной нити. Поскольку подвижный блок находится в равновесии, действующие на него направленные вверх две силы T должны компенсироваться силой натяжения короткой нити $2T$, направленной вниз. Изобразим силы, приложенные к стержню, на рисунке (M – масса груза).

Запишем правило рычага относительно крючка:

$T \cdot x + 2T\,(x - 3r) = T \cdot (8r - x)$. Отсюда $x = 3{,}5r$.

Ответ: $x/r = 3{,}5$.

Критерии оценивания:

Если школьник довел решение задачи до правильного ответа, он получает 10 баллов. В противном случае можно поставить школьнику до 4 утешительных баллов:

отмечено, что сила натяжения нити, прикрепленной к центру подвижного блока, в два раза больше силы натяжения нити, перекинутой через блок - 1 балл;

в решении присутствует идея применить правило рычага (правило моментов) относительно любой оси - 1 балл;

хотя бы один раз правильно записано выражение для момента силы - 1 балл;

представлен рисунок с силами, действующими на стержень, с указанием точек приложения сил - 1 балл

Возможные баллы: 0, 1, 2, 3, 4, 10

Общие критерии оценок:

Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 10 (по каждой задаче указан список возможных значений оценок). Если школьник довел решение задачи ***любым способом*** до правильного ответа, он получает 10 баллов. Не допускается снижение оценок за плохой почерк, решение способом, отличным от авторского, и т.д. При частично правильном решении задачи применяются критерии, указанные для данной задачи. Все спорные вопросы рекомендуется решать в пользу школьника.

<u>Задача 5.</u>

<u>В условии была опечатка</u>

Электрокипятильник, включённый в сеть с напряжением $U = 220$ В, нагревает воду в кастрюле от комнатной температуры до кипения за время $\tau_1 = 1$ мин. Найдите, за какое время τ_2 четыре кипятильника с втрое большим сопротивлением, соединённые последовательно ~~и включённые в ту же сеть~~, нагреют вдвое большую массу воды от той же комнатной температуры до кипения при подключении к сети с напряжением $2U = 440$ В. Потерями теплоты можно пренебречь.

Из за опечатки школьники могут представить два решения, и оба следует считать верными.

Решение. Пусть R – сопротивление исходного кипятильника, m – масса воды в кастрюле, c – удельная теплоёмкость воды, Δt – изменение температуры при нагревании воды до кипения.

В первом случае кипятильник мощностью U^2/R за время τ_1 передаёт воде энергию $(U^2/R)\tau_1$, которая идёт на её нагревание: $(U^2/R)\tau_1 = cm\Delta t$.

Дальше возможны два варианта.

А) Во втором случае сопротивление цепочки кипятильников равно $12R$, поэтому при включении её в сеть <u>с тем же напряжением</u> U будет развиваться мощность $U^2/(12R)$. За время τ_2 воде массой $2m$ будет передана энергия $U^2/(12R)\tau_2$, идущая на её нагревание: $U^2/(12R)\tau_2 = 2cm\Delta t$.

Разделив одно соотношение на другое, находим: $\tau_2 = 24\tau_1 = 24$ мин.

Б) Во втором случае сопротивление цепочки кипятильников равно $12R$, поэтому при включении её <u>в сеть напряжением $2U$</u> будет развиваться мощность $(2U)^2/(12R)$. За время τ_2 воде массой $2m$ будет передана энергия $(2U)^2/(12R)\tau_2$, идущая на её нагревание: $(2U)^2/(12R)\tau_2 = 2cm\Delta t$.

Разделив одно соотношение на другое, находим: $\tau_2 = 6\tau_1 = 6$ мин.

Ответ:

А) время нагревания воды во втором случае составит $\tau_2 = 24\tau_1 = 24$ мин.

Б) время нагревания воды во втором случае составит $\tau_2 = 6\tau_1 = 6$ мин.

Критерии оценивания:

Если школьник довел решение задачи до правильного ответа, он получает 10 баллов. Правильным считается ответ как в числовом виде (24 мин или 6 мин), так и в виде формулы, выраженной через время τ_1 ($\tau_2 = 24\tau_1$ или $\tau_2 = 6\tau_1$). В противном случае школьник может получить до 4 утешительных баллов:

указано, что мощность кипятильника сопротивлением R, подключенного к источнику напряжения U, равна U^2/R - 1 балл;

использовано, что количество теплоты, требуемое для нагревания воды, равно произведению удельной теплоемкости на массу и на изменение температуры - 1 балл;

использовано, что переданная воде энергия равна произведению мощности на время - 1 балл;

указано, что сопротивление цепочки кипятильников во втором случае равно 12R - 1 балл.

Возможные баллы: 0, 1, 2, 3, 4, 10

Общие критерии оценок:

Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 10 (по каждой задаче указан список возможных значений оценок). Если школьник довел решение задачи ***любым способом*** до правильного ответа, он получает 10 баллов. Не допускается снижение оценок за плохой почерк, решение способом, отличным от авторского, и т.д. При частично правильном решении задачи применяются критерии, указанные для данной задачи. Все спорные вопросы рекомендуется решать в пользу школьника.