ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ФИЗИКЕ. 2014–2015 ГОД ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС

1

Два одинаковых пластилиновых шарика при помощи пружинного пистолета подбрасывают из одной точки вертикально вверх вдоль одной прямой с промежутком в $\tau = 2$ с. Начальные скорости первого и второго шариков равны $V_1 = 30$ м/с и $V_2 = 50$ м/с соответственно. Через какое время t после момента бросания первого шарика они столкнутся? На какой высоте это произойдёт? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

Решение. В момент времени t первый шарик находится на высоте $V_1 t - \frac{gt^2}{2}$, второй шарик — на высоте $V_2(t-\tau) - \frac{g(t-\tau)^2}{2}$. Столкновение произойдёт, если эти высоты одинаковы: $V_1 t - \frac{gt^2}{2} = V_2(t-\tau) - \frac{g(t-\tau)^2}{2}$.

Отсюда $V_2\tau + \frac{g\tau^2}{2} = (V_2 - V_1 + g\tau)t$ и $t = (V_2\tau + \frac{g\tau^2}{2}):(V_2 - V_1 + g\tau) = 3$ с.

Столкновение произойдёт на высоте $V_1 t - \frac{gt^2}{2} = 45$ м.

Ответ. Шарики столкнутся через 3 с после броска первого шарика на высоте 45 м.

Критерии оценок. Первый вопрос (о моменте времени столкновения) оценивается в 8 баллов, второй вопрос (о высоте) – в 2 баллов.

Если школьник довёл решение задачи до правильного ответа на первый вопрос, он получает 8 баллов. В противном случае можно поставить школьнику до 2 утешительных баллов (если набирается больше оснований для утешительных баллов, школьник всё равно получает 2 балла):

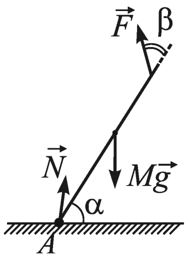
хотя бы раз правильно использована формула для зависимости координаты от времени при равноускоренном движении – 1 балл;

построен хотя бы один график зависимости скорости от времени, отмечено, что перемещение численно равно площади под данным графиком, – 1 балл;

отмечено, что высоты шариков в момент столкновения одинаковые, – 1 балл.

Если школьник довёл решение задачи до правильного ответа на второй вопрос, он получает 2 балла. Утешительные баллы при неправильном ответе на данный вопрос не предусмотрены.

2 Однородная прямая металлическая балка массой $M = 100$ кг и длиной $L = 3$ м установлена под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Нижний конец балки упирается в землю. Какую минимальную силу F нужно прикладывать к балке, чтобы удерживать её в таком положении? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



Решение. На балку, опирающуюся на землю в точке A, действуют: приложенная к центру масс сила тяжести Mg (плечо этой силы относительно оси, проходящей через точку A, равно $(\frac{L}{2})\cos\alpha$); сила F, которую можно приложить на расстоянии x от точки A (x не может быть больше L) под углом β к направлению стержня, а также сила N, приложенная в точке A (она является равнодействующей сил нормальной реакции опоры и трения). Запишем правило моментов сил относительно точки A. Момент силы N равен нулю; момент силы Mg равен $Mg(\frac{L}{2})\cos\alpha$, момент силы F равен по модулю $Fx\sin\beta$ и противоположен по знаку моменту силы тяжести. Следовательно, $Mg(\frac{L}{2})\cos\alpha = Fx\sin\beta$ и $F = Mg(\frac{L}{2})\cos\alpha:(x\sin\beta)$. Сила F будет тем меньше, чем больше будут x (наибольшее возможное значение L) и $\sin\beta$ (наибольшее значение равно 1). Полагая $x = L$ и $\sin\beta = 1$, находим $F = \frac{Mg\cos\alpha}{2} = 250$ Н.

Ответ. Минимальная сила, которую нужно приложить к балке для удерживания в данном положении, составляет 250 Н.

Критерии оценок. Если школьник довёл решение задачи до правильного ответа, он получает 10 баллов. Если участник не обосновал, что силу F надо прикладывать к концу балки под прямым углом к ней, можно снять до 2 баллов (поставить 8 или 9 баллов вместо 10). Если школьник не довёл решение до правильного ответа, можно поставить ему до 5 утешительных баллов (если набирается больше оснований для утешительных баллов, школьник всё равно получает 5 баллов):

в любой форме присутствует идея использования правила рычага (или правила моментов) – 1 балл;

на рисунке правильно показана сила тяжести и её точка приложения – 1 балл;

на рисунке показана сила F – 1 балл;

отмечено, что силу F оптимально прикладывать как можно дальше от точки A, – 1 балл;

отмечено, что силу F оптимально прикладывать под прямым углом к балке, – 1 балл;

правильно использована формула для силы тяжести – 1 балл;

хотя бы один раз использовано, что момент силы равен произведению силы на плечо, – 1 балл;

хотя бы один раз правильно подсчитано плечо силы – 1 балл.

3 Ледяной кубик с длиной ребра 10 см плавает в цилиндрическом аквариуме с водой так, что верхняя грань кубика горизонтальна.

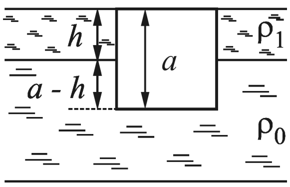
1. Найдите высоту верхней грани кубика над уровнем воды.
2. Поверх воды доливают слой керосина так, что поверхность керосина оказывается на одном уровне с верхней гранью кубика. Какова высота слоя керосина?

Плотности воды, льда и керосина равны соответственно 1000 кг/м^3, 900 кг/м^3 и 800 кг/м^3.

Решение. Пусть $\rho_0 = 1000$ кг/м^3 — плотность воды, $\rho_1 = 800$ кг/м^3 — плотность керосина, $\rho = 900$ кг/м^3 — плотность льда, $a = 10$ см — длина ребра ледяного кубика.

1. Пусть x — высота верхней грани кубика над уровнем воды. На кубик действуют направленная вниз сила тяжести $\rho a^3 g$ и направленная вверх сила Архимеда $\rho_0 g a^2(a - x)$. Поскольку кубик находится в равновесии, эти силы равны по модулю: $\rho a^3 g = \rho_0 g a^2(a - x)$. Следовательно, $x = a[1 - (\dfrac{\rho}{\rho_0})] = 1$ см.

2. Пусть h — высота слоя керосина. Избыточное по сравнению с атмосферным давление на нижнюю грань кубика составляет $\rho_1 g h + \rho_0 g(a - h)$. Следовательно, равнодействующая сил давления, действующих на кубик, составляет $[\rho_1 g h + \rho_0 g(a - h)]a^2$. Она уравновешивается силой тяжести, действующей на кубик, которая равна $\rho a^3 g$. Учитывая, что кубик находится в равновесии, находим: $[\rho_1 g h + \rho_0 g(a - h)]a^2 = \rho a^3 g$ и $h = \dfrac{(\rho_0 - \rho)a}{\rho_0 - \rho_1} = 5$ см.



Ответ. Высота верхней грани кубика над уровнем воды составляет 1 см; высота слоя керосина 5 см.

Критерии оценок. Первый вопрос оценивается — в 4 балла, второй вопрос — в 6 баллов.

Если школьник довёл решение задачи до правильного ответа на первый вопрос, он получает 4 балла. В противном случае можно поставить школьнику до 2 утешительных баллов (если набирается больше оснований для утешительных баллов, школьник всё равно получает 2 балла):

хотя бы один раз правильно использовано, что масса равна произведению плотности на объём, – 1 балл;

хотя бы один раз правильно использована формула для силы тяжести – 1 балл;

хотя бы один раз правильно использована формула для силы Архимеда – 1 балл;

хотя бы один раз правильно использована формула для объёма прямоугольного параллелепипеда – 1 балл;

указано, что при равновесии силы тяжести и Архимеда должны быть равны по модулю и противоположны по направлению, – 1 балл;

хотя бы один раз правильно использована формула для давления столба жидкости – 1 балл;

хотя бы один раз правильно использована формула, связывающая давление, силу и площадь, – 1 балл.

Если школьник довёл решение задачи до правильного ответа на второй вопрос, он получает 6 баллов. В противном случае можно поставить школьнику до 4 утешительных баллов (если набирается больше оснований для утешительных баллов, школьник всё равно получает 4 балла):

хотя бы один раз правильно использовано, что масса равна произведению плотности на объём, – 1 балл;

хотя бы один раз правильно использована формула для силы тяжести – 1 балл;

хотя бы один раз правильно использована формула для объёма прямоугольного параллелепипеда – 1 балл;

указано, что при равновесии силы тяжести и давления должны быть равны по модулю и противоположны по направлению, – 1 балл;

хотя бы один раз правильно использована формула для давления столба жидкости – 1 балл;

хотя бы один раз правильно использована формула, связывающая давление, силу и площадь, – 1 балл.

4 В электрическом чайнике 1 литр воды нагревается на 10 градусов за 1 минуту. За какое время нагреются до кипения 500 г воды, взятые из ведра со смесью воды и льда? Потерями теплоты можно пренебречь. Плотность воды 1000 кг/м^3.

Решение. По условию за время $\tau_1 = 1$ мин вода плотностью $\rho = 1000$ кг/м^3, удельной теплоёмкостью c и объёмом $V = 1$ л нагревается на $\Delta t_1 = 10$ °C. Получаемое количество теплоты при этом равно $c\rho V\Delta t_1$, а мощность чайника оказывается равной $c\rho V\Delta t_1/\tau_1$.

Во втором опыте масса воды $m = 500$ г нагревается от 0 °C до 100 °C, то есть на $\Delta t_2 = 100$ °C. Получаемое при этом количество теплоты равно $cm\Delta t_2$. Время нагревания равно отношению данного количества теплоты к мощности чайника:

$$\tau_2 = cm\Delta t_2 : \left(\frac{c\rho V\Delta t_1}{\tau_1}\right) = \left(\frac{\tau_1 m\Delta t_2}{\rho V\Delta t_1}\right) = 5\ \text{мин}.$$

Ответ. Время нагревания составит 5 мин.

Критерии оценок. Если школьник довёл решение задачи до правильного ответа, он получает 10 баллов. В противном случае можно поставить школьнику до 6 утешительных баллов:

правильно использована формула для массы как произведения плотности на объём — 1 балл;

хотя бы один раз правильно записана формула для количества теплоты как произведения удельной теплоёмкости на массу и на изменение температуры — 1 балл;

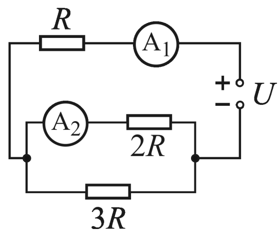
хотя бы один раз правильно использовано определение мощности — 1 балл;

отмечено, что мощность чайника в двух опытах одинаковая, — 1 балл;

отмечено, что начальная температура воды во втором опыте составляет 0 °C, — 1 балл;

отмечено, что конечная температура воды во втором опыте составляет 100 °C, — 1 балл.

5 Найдите показания идеальных амперметров A_1 и A_2 в электрической цепи, схема которой приведена на рисунке. Напряжение идеального источника $U = 11$ В, сопротивление $R = 1$ кОм.



Решение (первый способ). Найдем, как связаны токи I_1 и I_2 через амперметры A_1 и A_2. Учтём, что через сопротивление $2R$ течет ток I_2, а через сопротивление $3R$ — ток $I_1 - I_2$, а напряжения на этих сопротивлениях, равные $I_2 \cdot 2R$ и $(I_1 - I_2) \cdot 3R$, должны быть одинаковыми: $I_2 \cdot 2R = (I_1 - I_2) \cdot 3R$. Отсюда $I_2 = 0{,}6I_1$.

Напряжение на источнике U равно сумме напряжения $I_1 \cdot R$ на резисторе R и напряжения $I_2 \cdot 2R = 1{,}2I_1 \cdot R$ на резисторе $2R$, то есть $U = I_1 \cdot R + 1{,}2I_1 \cdot R$. Отсюда $U = 2{,}2I_1 \cdot R$ и $I_1 = \dfrac{U}{2{,}2R} = \dfrac{5U}{11R} = 5$ мА, $I_2 = \dfrac{3U}{11R} = 3$ мА.

Решение (второй способ). По законам последовательного и параллельного соединения сопротивление цепи составляет $R + \dfrac{2R \cdot 3R}{2R + 3R} = 2{,}2R$. Следовательно, ток через источник, совпадающий с током через амперметр A_1, составляет $I_1 = \dfrac{U}{2{,}2R} = \dfrac{5U}{11\mathrm{R}} = 5$ мА.

Поскольку напряжение на источнике равно U, а на сопротивлении R напряжение составляет $I_1 \cdot R = \dfrac{5U}{11}$, напряжение на сопротивлениях $2R$ и $3R$ равно $U - (\dfrac{5U}{11}) = \dfrac{6U}{11}$. Следовательно, сила тока через сопротивление $2R$ (и амперметр A_2) равна $I_2 = \dfrac{6U}{11} : 2R = \dfrac{3U}{11R} = 3$ мА.

Ответ. Амперметр A_1 показывает 5 мА, амперметр A_2 показывает 3 мА.

Критерии оценок. Первый вопрос (о показании амперметра A_1) оценивается 4 баллов, второй вопрос (о показании амперметра A_2) — 6 баллов.

Если школьник довёл решение задачи до правильного ответа на первый вопрос, он получает 4 балла. В противном случае можно поставить школьнику до 2 утешительных баллов (если набирается больше оснований для утешительных баллов — школьник всё равно получает 2 балла):

хотя бы один раз правильно использована формула для последовательного или параллельного соединения сопротивлений — 1 балл;

хотя бы один раз правильно использован закон Ома, — 1 балл;

указано, что напряжения на сопротивлениях $2R$ и $3R$ одинаковые, — 1 балл;

указано, что напряжение источника равно сумме напряжений на сопротивлении R и на сопротивлении $2R$ или $3R$ — 1 балл;

правильно найдено отношение токов через амперметры — 1 балл.

Если школьник довёл решение задачи до правильного ответа на второй вопрос, он получает 6 баллов. В противном случае можно поставить школьнику до 3 утешительных баллов (если набирается больше оснований для утешительных баллов — школьник всё равно получает 3 балла):

хотя бы один раз правильно использована формула для последовательного или параллельного соединения сопротивлений — 1 балл;

хотя бы один раз правильно использован закон Ома — 1 балл;

указано, что напряжения на сопротивлениях $2R$ и $3R$ одинаковые, — 1 балл;

указано, что напряжение источника равно сумме напряжений на сопротивлении R и на сопротивлении $2R$ или $3R$, — 1 балл;

правильно найдено отношение токов через амперметры — 1 балл.